UNIVERSITÀ DI SIENA 1240

QUADERNI DEL DIPARTIMENTO
DI ECONOMIA POLITICA E STATISTICA

Stefano Vannucci

Giochi evolutivi, evoluzione della cooperazione e materialismo storico

n. 738 – Ottobre 2016

Giochi evolutivi, evoluzione della cooperazione e materialismo storico

Stefano Vannucci
Dipartimento di Economia Politica e Statistica,
Università di Siena

September 2016

Abstract

An *evolutionary game* is a game endowed with a population of agents for each player role, a probability matching space and - possibly - an explicit evolutionary dynamics, on a state space that is defined by means of some parameters of the game.

Evolutionary games are an essential tool in modeling several issues related to the *evolution of cooperation.* In particular, by varying appropriately the underlying basic game and its dynamics, evolutionary games can be deployed to provide a neat representation of *distinct versions* of the 'evolution of cooperation'- problem, including the *evolution of altruism*, the *evolution of distribution conventions,* and the *evolution of common-interest coordination.*

It is argued that, according to a plausible formulation of *'historical materialism'* , the latter essentially amounts to the thesis that in games with common interest the evolution of the common interest equilibrium is typically to be expected even when it is risk-dominated.

JEL Classification: C70, C73

Acknowledgement A slightly revised and abridged version of the present work was published as a chapter of the volume

A. Civello (ed.): *Società, natura, storia. Studi in onore di Lorenzo Calabi.* ETS: Pisa 2015.

1 Introduzione

In questo lavoro mi propongo due obiettivi, e cioè:

(i) esaminare alcuni sviluppi recenti della teoria dei giochi evolutiva sulla evoluzione della cooperazione;

(ii) mostrare che alcuni risultati sulla selezione evolutiva degli equilibri efficienti di giochi di coordinazione con interesse comune possono essere rilevanti per identificare e valutare il contenuto predittivo delle tesi caratteristiche del materialismo storico.

Pertanto, discuterò nell'ordine la nozione di gioco evolutivo nell'ambito della teoria dei giochi, la rappresentazione del problema della evoluzione della cooperazione in termini di giochi evolutivi, e la relazione tra una particolare versione di questo problema e una particolare formulazione delle proposizioni fondamentali del materialismo storico.

2 Giochi evolutivi

Un *gioco* è una struttura di dati per la rappresentazione delle interazioni entro una o più popolazioni di agenti, i potenziali giocatori. Un gioco include due tipi di informazioni: le *regole del gioco* - o *schema di gioco* - e *l'atteggiamento comportamentale dei giocatori* verso i possibili esiti delle interazioni.

Le *regole del gioco* specificano i giocatori -o ruoli di gioco- e la struttura delle interazioni, con un grado di dettaglio che caratterizza il formato del gioco considerato, ad esempio[1]:

(a) *forma coalizionale*: che cosa ogni giocatore o coalizione di giocatori può o non può fare - cioè quali eventi può imporre e quali no[2];

[1] L'elenco seguente non pretende affatto di essere esaustivo, ma si limita ai formati più largamente diffusi. In particolare, l'elenco esclude i giochi in forma *digrafica,* che si riducono a uno spazio di risultati dotato di una relazione binaria di dominanza, e -all'estremo opposto- formati che includono una esplicita dinamica su un intero spazio di giochi come i *giochi stocastici* e le cosiddette *situazioni sociali.*

[2] Un *gioco in forma coalizionale* $G = (N, X, E, (t_i(R_i))_{i \in N})$ consiste di:

(i) un insieme N di giocatori o ruoli del gioco, (ii) uno 'spazio' X di risultati possibili, (iii) una funzione di efficacia E che descrive il 'potere' di ciascuna coalizione cioè l'insieme di tutti e soli gli eventi -ossia sottoinsiemi di X- di cui ciascuna coalizione è in grado di 'forzare' la realizzazione; (iv) il tipo $t_i(R_i)$ di ciascun giocatore i in N, inclusivo di informazioni sulla sua relazione di preferenza rivelata R_i definita sullo 'spazio' dei risultati.

(b) *forma strategica*: che cosa ogni giocatore o coalizione di giocatori può o non può fare, e come (cioè con quali azioni o profili di azioni)[3];

(c) *forma estesa*: che cosa ogni giocatore o coalizione di giocatori può o non può fare, come e quando (cioè con quali sequenze di azioni o di profili di azioni)[4].

L'atteggiamento comportamentale dei giocatori verso i possibili esiti delle interazioni descrive invece la valutazione comparativa di coppie di possibili esiti alternativi da parte di ciascun giocatore. Questa valutazione può essere rappresentata da appropriate funzioni di scelta, relazioni di preferenza, o funzioni di utilità. In ogni caso, sulle sue caratteristiche si impongono di solito alcune ragionevoli restrizioni generali che sono -almeno in linea di principio- 'osservabili' o più in generale controllabili con una appropriata base di dati.

---

[3] Un *gioco in forma strategica* $G' = (N, X, (S_i)_{i\in N}, h, (t_i(R_i))_{i\in N})$ consiste di: (i) un insieme N di giocatori o ruoli del gioco, (ii) uno 'spazio' X di risultati possibili, (iii) un insieme S_i di strategie per ciascun giocatore i in N, (iv) una funzione-risultato strategica h che specifica un risultato $h(s)$ in X per ogni possibile profilo di strategie $s = (s_i)_{i\in N}$ con s_i in S_i per ciascun giocatore i in N ; (iv) il tipo $t_i(R_i)$ di ciascun giocatore i in N, inclusivo di informazioni sulla sua relazione di preferenza rivelata R_i definita sullo 'spazio' dei risultati.

[4] Un *gioco in forma estesa* $G'' = (N, X, P, \leq, p_0, \alpha, f, (t_i(R_i))_{i\in N})$ (con *informazione perfetta e senza mosse casuali*) consiste di: (i) un insieme N di giocatori o ruoli del gioco, (ii) uno 'spazio' X di risultati possibili, (iii) un insieme parzialmente ordinato $(P, \leq)$ di posizioni, dotato di un minimo p_0 (la posizione iniziale) ed i cui elementi massimali (e le eventuali catene infinite) vengono designati come posizioni terminali; (iv) una regola di assegnazione dei turni di mossa cioè una funzione α che attribuisce ad ogni posizione non terminale un giocatore; (v) una funzione-risultato posizionale f che attribuisce ad ogni posizione terminale un risultato in X; (vi) il tipo $t_i(R_i)$ di ciascun giocatore i in N, inclusivo di informazioni sulla sua relazione di preferenza rivelata R_i definita sullo 'spazio' dei risultati.

La introduzione di *mosse casuali* richiede che G'' sia arricchito con (a) l'introduzione di un canale stocastico che specifica un insieme di posizioni non terminali associate a mosse casuali ed attribuisce ad ognuna di tali posizioni una lotteria i cui esiti sono le posizioni immediatamente successive e (b) l'estensione della relazione di preferenza di ciascun giocatore all'insieme delle lotterie su risultati in X.

La rappresentazione del caso di *informazione imperfetta* richiede che G'' sia arricchito con (a) la specificazione di una opportuna partizione in blocchi dei turni di mossa di ciascun giocatore (la *partizione di informazione* del giocatore, i cui blocchi -detti *insiemi di informazione*- consistono di insiemi massimali di posizioni che sono indistinguibili per il giocatore che muove), (b) la specificazione -per ogni insieme di informazione di ciascun giocatore- di una opportuna *partizione delle mosse possibili* a quell'insieme di informazione in blocchi massimali di mosse indistinguibili dal giocatore che muove, e (c) l'estensione della relazione di preferenza di ciascun giocatore all'insieme delle lotterie su risultati in X.

Ognuno dei formati appena elencati può essere presentato in versione *ricorrente*, una versione arricchita del gioco in cui viene specificato un *insieme totalmente ordinato di periodi*, e *per ogni periodo ad ogni giocatore viene associata una popolazione di agenti* -i potenziali giocatori per il suo ruolo in quel periodo, che ne condividono il tipo-, e vengono inoltre definiti *l'insieme di tutte le possibili strutture di incontro tra gli agenti delle popolazioni del periodo*, ed una *distribuzione di probabilità sulle possibili strutture di incontro del periodo*. La versione ricorrente di un gioco è adatta allo studio di interazioni molteplici dello stesso tipo tra giocatori di identità variabile.[5]

Nella *teoria dei giochi classica*[6] un gioco ha una sola popolazione di agenti che coincide con l'insieme dei giocatori, ed ogni giocatore ha informazione completa sul gioco.

Nella *teoria dei giochi evolutiva*[7] un gioco è sempre considerato, più o

[5]Dunque la forma ricorrente di un gioco G è rappresentabile da una struttura di dati $G^{\#} = (G, ((T, \leq), ((P_i^t)_{i \in N(G)}, (M^t, \Omega_{M^t}, \pi^t)_{t \in T})))$ ove T è la collezione dei periodi totalmente ordinata da $\leq$, $N(G)$ è l'insieme dei ruoli di gioco di G, e -per ciascun periodo t di T- P_i^t è la popolazione di agenti col tipo di $i \in N(G)$ al periodo t, M^t è l'insieme di tutte le possibili strutture di incontro al periodo t (ovvero M^t consiste di tutte le funzioni m che associano ad ogni possibile combinazione di coppie agenti/strategie -costituita da un agente j_i per ciascuna popolazione del P_i^t del periodo t con relativa strategia s_i di $S_i(G)$- un numero intero non-negativo $m((j_1, s_1), ..., (j_n, s_n))$ che specifica il numero di *repliche* di quella combinazione di agenti/strategie al periodo t), Ω_{M^t} è una σ-algebra di eventi su M^t (cioè un insieme non-vuoto minimale di sottoinsiemi di M^t che risulta chiuso sia per unione di collezioni numerabili di suoi elementi che per intersezione e complementazione), e π^t è una misura di probabilità su Ω_{M^t}.

[6]La teoria dei giochi classica è essenzialmente dovuta all'opera pionieristica di John Von Neumann, con la collaborazione di Oskar Morgenstern (Von Neumann (1928), Von Neumann, Morgenstern (1953^3), prima ed.1944), sebbene sia giusto riconoscere un ruolo di importanti precursori a Ernst Zermelo ed Émile Borel. Osborne, Rubinstein (1994) è una delle migliori e più complete trattazioni disponibili della teoria dei giochi classica.

[7]La teoria dei giochi evolutiva è dovuta essenzialmente a John Maynard Smith, con la collaborazione di George Price (Maynard Smith, Price (1973), Maynard Smith (1982)). John B.S. Haldane e Ronald A. Fisher sono largamente riconosciuti come i suoi lontani precursori, e William Hamilton e Robert Trivers come i suoi precursori immediati. Dawkins (1989^2 (prima ed. 1976), e 1982), Axelrod, Hamilton (1981), Axelrod (1984) sono lavori ormai classici che hanno molto contribuito alla diffusione dell'uso dei giochi nella discussione di temi evoluzionistici e nelle scienze sociali. Hofbauer, Sigmund (1998) è una trattazione della teoria dei giochi evolutiva esemplare per rigore, chiarezza e concisione. Riferendosi ai giochi evolutivi, Hofbauer e Sigmund non esitano a parlare di 'rivoluzione concettuale' (cfr. Hofbauer, Sigmund (2003)). Ma l'idea di interpretare le strategie 'miste' di un gioco (cioè le distribuzioni di probabilità sulle strategie del gioco o 'strategie pure') come distribuzioni di frequenza delle strategie adottate in una intera popolazione di giocatori è presente già

meno esplicitamente, in versione *ricorrente*. I giocatori possono avere informazione parziale sul gioco o addirittura ignorarlo, e in ogni periodo sono scelti dalle rispettive popolazioni di agenti nel modo specificato da una delle strutture di incontro possibili con la rispettiva probabilità. ll gioco è appunto *ricorrente* perché si intende giocato più volte -come specificato dalla collezione dei periodi- da giocatori di identità variabile. Inoltre un gioco (ricorrente) può essere associato ad una *dinamica determinata dal gioco stesso.* Un *gioco evolutivo* denota appunto la coppia formata da un gioco (il gioco ricorrente) con la *dinamica associata*[8], e spesso per estensione un qualsiasi gioco ricorrente.

Sia la teoria dei giochi classica che la teoria dei giochi evolutiva formulano *predizioni* sul risultato delle interazioni identificandone gli esiti prevedibili con i *risultati* corrispondenti alle *soluzioni* dei giochi che rappresentano quelle interazioni. Dunque in entrambi i casi si tratta anche di *risolvere* i giochi considerati. La differenza principale tra teoria dei giochi classica ed evolutiva è la seguente.

Nella teoria classica ci si propone di determinare le soluzioni di un gioco giocato anche *una sola volta* da un insieme *fissato* di giocatori dotati di *informazione completa* sul gioco stesso[9].

---

nella tesi di dottorato (non pubblicata) di John Nash (Nash (1950)).

[8]La *dinamica* associata ad un gioco può essere specificata in molti modi diversi che includono equazioni alle differenze finite, equazioni differenziali, processi stocastici, automi sequenziali, automi cellulari. Praticamente tutte queste specificazioni possono essere formulate come altrettante *coalgebre* su spazi di stati opportunamente definiti usando i parametri del gioco. La nozione di coalgebra può essere di fatto considerata una formulazione astratta della nozione di sistema dinamico nell'ambito della *teoria delle categorie* (una teoria astratta di stile algebrico su 'oggetti' e 'frecce' tra coppie ordinate di 'oggetti', con una operazione binaria parziale di composizione delle 'frecce' associativa e dotata di elemento neutro). Una *coalgebra* si basa su un appropriato *funtore* (una funzione tra categorie che ne rispetta la struttura) e consiste di una coppia formata da uno spazio di stati -considerato come particolare 'oggetto' di una appropriata categoria- e una funzione dallo spazio di stati ad una struttura che è precisamente l' 'oggetto' assegnato a quello spazio di stati dal funtore caratteristico della coalgebra. Pertanto una coalgebra si può vedere come una sorta di algebra generalizzata con le 'frecce' delle sue operazioni invertite (fatto che spiega la scelta del prefisso 'co-' per denotarla: cfr. Adámek (2005) per un'ottima introduzione alla coalgebra). In conclusione, *un gioco evolutivo propriamente detto può essere definito come la coppia formata da un gioco ricorrente ed una appropriata coalgebra ad esso associata.*

[9]Non fanno eccezione i *giochi ripetuti*, di cui si studiano le soluzioni trattandoli come un unico gioco (il 'supergioco', ossia il gioco risultante dalla ripetizione del gioco-base), né i cosiddetti 'giochi ad informazione incompleta' o *giochi bayesiani* che sono di fatto

Nella teoria evolutiva invece si determinano soluzioni di un gioco *ricorrente* cioè giocato *più volte* da giocatori che possono essere *di identità variabile* e dotati di *informazione parziale* -o addirittura *privi di informazione*- sul gioco che stanno giocando.

Un gioco può essere risolto usando una appropriata *regola di soluzione*[10] che rifletta alcune caratteristiche salienti del contesto dell'interazione come la accessibilità di canali di comunicazione tra i giocatori, la possibilità di stipulare accordi vincolanti, le informazioni sul gioco accessibili ai giocatori ed eventualmente la classe di 'partite' del gioco prese in considerazione.

In particolare, un gioco evolutivo può essere risolto usando come regola di soluzione l'identificazione dell'insieme delle sue *orbite* o evoluzioni di stato che costituiscono le soluzioni della sua dinamica. Oppure, più spesso, studiando alcune caratteristiche qualitative fondamentali della classe delle orbite del gioco. Cioè -per esempio- identificandone sottoclassi di orbite specifiche come gli *stati stazionari stabili*, gli *stati stazionari asintoticamente stabili* e i loro *bacini di attrazione*, gli *stati stazionari globalmente stabili*, o le *distribuzioni stazionarie*[11] se la dinamica del gioco evolutivo è un processo stocastico (ad esempio una *catena di Markov*[12]).

Le soluzioni di un gioco forniscono dunque altrettante predizioni sugli esiti dell'interazione, e tali predizioni sono controllabili -almeno in linea di principio- su appropriate basi di dati comportamentali. In altri termini, le soluzioni di un gioco costituiscono il *contenuto empiricamente controllabile*

---

nient'altro che particolari esempi di giochi in forma strategica o di giochi in forma estesa con informazione imperfetta e mosse casuali.

[10] O 'concetto di soluzione', nel gergo accademico prevalente tra gli studiosi di teoria dei giochi. Una regola di soluzione è una funzione che associa ad ogni gioco di una appropriata classe di giochi dello stesso formato una o più soluzioni (in uno 'spazio' di soluzioni adeguato a quel formato).

[11] Uno *stato stazionario* è un punto fisso della dinamica. Uno stato stazionario è *stabile* se per ogni suo intorno esiste un sotto-intorno 'assorbente' cioè tale che ogni possibile orbita che sia entrata in quest'ultimo rimane definitivamente nell'intorno considerato. Uno stato stazionario è *asintoticamente stabile* se è stabile ed inoltre le orbite che arrivano in un qualunque punto di un sotto-intorno 'assorbente' dello stato stazionario convergono allo stato stazionario: l'insieme di tutti i punti con quest'ultima proprietà forma il *bacino di attrazione* di quello stato stazionario. Uno stato stazionario *globalmente stabile* è uno stato stazionario asintoticamente stabile il cui bacino di attrazione è l'intero spazio degli stati. Una *distribuzione di probabilità stazionaria* è un punto fisso di una dinamica stocastica.

[12] Cioè una sequenza di variabili casuali che corrispondono agli stati di un sistema, tale che ad ogni istante la probabilità di transizione allo stato successivo dipende solo dallo stato presente.

della regola di soluzione e quindi del particolare frammento di teoria dei giochi utilizzato. Nel caso dei giochi evolutivi con dinamica associata è sempre possibile ed istruttivo confrontare le soluzioni del gioco evolutivo e le soluzioni del gioco (eventualmente in versione ricorrente) che costituisce il gioco-base di quella dinamica[13].

Le numerose regole di soluzione che sono state formulate nell'ambito della teoria dei giochi classica sono talvolta classificate come 'cooperative' o 'non-cooperative'[14]. Sulla appropriata distribuzione delle due etichette tra le regole di soluzione non c'è pieno accordo.

Per esempio, gli *equilibri di Nash* (i profili di strategie che non ammettono 'obiezioni individuali' cioè deviazioni unilaterali vantaggiose) definiscono una regola di soluzione chiaramente 'non-cooperativa'. Al contrario, gli *equilibri coalizionali* (quelli che generano il 'nucleo' del gioco, cioè i profili di strategie che non ammettono 'obiezioni coalizionali' prive di 'contro-obiezioni coalizionali'[15]) sono un esempio altrettanto non controverso di regola di soluzione 'cooperativa'. La classificazione di altre regole di soluzione è invece controversa.[16]

Generalmente, una regola di soluzione è classificata tanto più uniforme-

[13] Uno degli sviluppi più interessanti della teoria dei giochi nell'ultimo trentennio è proprio l'indagine sistematica delle condizioni sotto le quali i risultati di alcune soluzioni della teoria classica (che assumono giocatori sofisticati e completamente informati sul gioco) sono replicabili dai risultati delle soluzioni della teoria evolutiva (che assumono giocatori non necessariamente sofisticati o informati sui dettagli del gioco). Weibull (1995), Vega-Redondo (1996), Samuelson (1997), Young (1998), Cressman (2003) sono espressioni autorevoli di questa importante linea di ricerca.

[14] Non è infrequente -anche nella letteratura accademica- l'abitudine di riferirsi a 'giochi cooperativi' e 'giochi non-cooperativi'. Ma vale la pena di sottolineare che si tratta di un abuso di linguaggio, e non necessariamente innocuo. Non il gioco ma la regola di soluzione è -eventualmente- di tipo 'cooperativo' o 'non-cooperativo'.

[15] Ossia, in altri termini, i profili di strategie senza deviazioni coalizionali vantaggiose per *tutti* i membri della coalizione *indipendentemente dal comportamento delle altre coalizioni possibili.* Per 'obiezione coalizionale' si intende qui una deviazione coalizionale vantaggiosa per *tutti* i membri della coalizione. Per 'contro-obiezione coalizionale' ad una certa 'obiezione coalizionale' si intende naturalmente una 'obiezione coalizionale' contro quella 'obiezione coalizionale'.

[16] Si pensi ad esempio a regole di soluzione come gli *equilibri correlati* (cioè profili di schemi di comportamento strategico condizionati ad un segnale osservato da tutti i giocatori, senza 'obiezioni individuali' sugli schemi del profilo), gli *equilibri di Nash a prova di coalizione* (cioè gli equilibri di Nash senza 'obiezioni coalizionali' prive di 'contro-obiezioni coalizionali' interne alla coalizione), gli *equilibri forti* (cioè i profili di strategie senza 'obiezioni coalizionali').

mente come 'cooperativa' quanto più esplicitamente utilizzi l'ipotesi di comportamenti coordinati da parte di intere coalizioni di giocatori. Si dà normalmente per scontato che i comportamenti coordinati siano più plausibili e dunque più rilevanti in presenza di segnali pubblicamente osservabili, e/o di canali di comunicazione accessibili, e/o della possibilità di stipulare accordi vincolanti ovvero contratti, formali o informali[17]. In particolare, la coordinazione dei comportamenti da parte di *tutti* i giocatori (la 'grande coalizione') può anche essere poco plausibile in una certa classe di interazioni, ma qualora si verifichi è per definizione in grado di generare tutti i possibili risultati *Pareto-efficienti*[18] dei giochi corrispondenti.

Di fatto, uno o più risultati Pareto-efficienti di un'interazione rappresentata da un gioco vengono spesso identificati come salienti e usati per *definire* sia gli 'esiti cooperativi' caratteristici di quel gioco, che i corrispondenti 'comportamenti cooperativi' dei giocatori (cioè quei comportamenti che producono proprio tali esiti). La '*evoluzione della cooperazione'* si riferisce ai processi di interazione che possono generare tali 'esiti cooperativi' come *risultati di soluzioni* del gioco corrispondente -e dunque *spiegarli- anche senza fare uso diretto di regole di soluzione di tipo 'cooperativo' .* E' opinione ormai largamente acquisita in letteratura che i giochi evolutivi siano lo strumento più appropriato per identificare le condizioni che possono spiegare l'evoluzione della cooperazione così intesa.

3 Evoluzione della cooperazione

Molti episodi cruciali dell'evoluzione della vita sulla terra possono essere descritti come altrettanti esempi di evoluzione della cooperazione.

Maynard Smith e Szathmáry nel loro influente lavoro (Maynard Smith, Szathmáry (1995)) considerano tra gli altri l'evoluzione dei primi replica-

[17]È ancora largamente controverso quali tra quelle appena elencate siano le condizioni cruciali per giustificare l'uso di una regola di soluzione di tipo cooperativo. Oggi prevale in letteratura la richiesta di condizioni molto restrittive, cioè la possibilità di stipulare accordi vincolanti (potremmo riferirci a questo approccio come la 'dottrina di Nash'). Chi scrive propende per un approccio più permissivo, attualmente sostenuto solo da una minoranza di autori (e che si potrebbe forse etichettare con un minimo di tendenziosità come 'dottrina di Von Neumann').

[18]Un risultato dell'interazione è *Pareto-efficiente* se non esistono altri esiti possibili che assicurino vantaggi addizionali a qualche giocatore senza produrre svantaggi per altri.

tori, l'evoluzione dei genomi, l'evoluzione delle cellule eucariote dalle cellule procariote, l'evoluzione della riproduzione sessuale, l'evoluzione degli organismi multicellulari. Si tratta di casi in cui l'evoluzione della cooperazione consiste tipicamente nella formazione di nuove individualità nel senso che alcune o tutte le unità costituenti originarie perdono la capacità di riprodursi indipendentemente.[19]

Ma sono ben noti anche fenomeni cospicui di cooperazione che coinvolgono agenti capaci di riproduzione individuale indipendente, come la cooperazione su vasta scala nelle società umane resa possibile dall'evoluzione congiunta della divisione del lavoro e del linguaggio.

E' proprio quest'ultima classe di fenomeni di cooperazione che costituisce l'oggetto della discussione che segue.

Talvolta 'evoluzione della cooperazione' ed 'evoluzione dell' altruismo' vengono usati come termini intercambiabili, ma è più appropriato distinguere *almeno tre* versioni dell' evoluzione della cooperazione e cioè *l' evoluzione dell'altruismo, l'evoluzione delle convenzioni distributive* e *l'evoluzione della coordinazione di interesse comune con conflitto di interessi.*

Nel primo caso la cooperazione genera una sorta di vantaggio collettivo attraverso un sacrificio individuale, negli altri due invece la cooperazione è senz'altro vantaggiosa per tutti gli agenti (anche se è ostacolata dal conflitto di interessi).

Consideriamo per semplicità di esposizione il caso di una interazione descritta da un gioco in forma strategica con due giocatori I,II dotati di due strategie ciascuno. Questo tipo di gioco si può rappresentare con una matrice di risultati $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dove le righe della matrice corrispondono alle strategie del giocatore I, e le colonne alle strategie del giocatore II: di solito, a denota il risultato del comportamento 'cooperativo' congiunto dei giocatori, b il risultato del comportamento 'cooperativo' di I combinato con la 'defezione' di II, c il risultato della 'defezione' di I combinata col comportamento 'cooperativo' di II, d il risultato della 'defezione' congiunta dei due giocatori.[20]

[19] Nelle fondamentali 'transizioni evolutive' menzionate sopra cambia il gioco-base stesso, di cui *cambia l'intero schema di gioco* ovvero sia l'insieme dei giocatori o ruoli di gioco che i risultati dell'interazione, e le sue regole. Gli spazi di stati delle dinamiche adatte a rappresentarle sono dunque a loro volta dei 'grandi' *spazi di giochi.*

[20] Si veda però l'esempio dei giochi del tipo Battaglia dei Sessi discussi poco sotto nel testo per una interpretazione alternativa dei risultati a e d come esiti di modalità distinte di 'cooperazione' e di b e c come esiti di modalità distinte di 'mancata cooperazione'.

Se le preferenze di I e II sono rispettivamente (in ordine di preferibilità decrescente) $R_I : c \succ a \succ d \succ b$ e $R_{II} : b \succ a \succ d \succ c$ allora il gioco è un Dilemma del Prigioniero (DP).

Se le preferenze sono rispettivamente $R_I : a \succ d \succ b \succ c$ e $R_{II} : d \succ a \succ b \succ c$ allora il gioco è una Battaglia dei Sessi (BS).

Se invece le preferenze sono rispettivamente $R_I : a \succ c \succ d \succ b$ e $R_{II} : a \succ b \succ d \succ c$ allora si tratta del gioco di coordinazione con *interesse comune*[21] noto come Caccia al Cervo (CC).[22]

Vale la pena di considerare brevemente le caratteristiche salienti di DP, BS e CC dal punto di vista della teoria dei giochi classica non-cooperativa. Si noti innanzitutto che DP, BS e CC sono esempi di giochi *simmetrici* [23] ed hanno in particolare equilibri di Nash *simmetrici,* ossia equilibri di Nash 'monomorfi', in cui *tutti e due i giocatori giocano la stessa strategia.*

Infatti, un gioco DP ha un solo risultato di equilibrio di Nash d (quello -simmetrico- associato alla defezione di entrambi i giocatori, che è in particolare un *equilibrio di strategie dominanti*[24]), e tale risultato di equilibrio di Nash è Pareto-inefficiente perché l'esito a è unanimente preferito a d; a

[21] Un risultato di un gioco si dice che è di *interesse comune* se è unanimemente preferito da tutti i giocatori ad ogni altro risultato possibile.

[22] Com'è noto, l'etichetta di questo gioco deriva dal passo del *Discourse sur l' origine et les fondements de l' inégalité parmi les hommes* (1753) di Jean-Jacques Rousseau che descrive la propensione di un cacciatore a rinunciare ad una partita di caccia collettiva al cervo cedendo alla tentazione di dedicarsi alla caccia individuale alla lepre. Skyrms documenta però che una chiara descrizione dello stesso fenomeno era già stata prodotta da David Hume nel terzo libro di *A Treatise of Human Nature* (1739-1740) (cfr. Skyrms (2004), che contiene una eccellente analisi e discussione di Caccia al Cervo in termini di teoria dei giochi evolutiva).

[23] Un gioco in forma strategica a due giocatori si dice *simmetrico* se i giocatori hanno lo stesso insieme di strategie e *preferenze simmetriche* nel senso seguente: esiste una permutazione delle strategie tale che per ogni coppia di risultati generati da profili di strategie ottenibili l'uno dall'altro mediante la suddetta permutazione delle rispettive strategie dei due giocatori, un risultato è strettamente preferito all'altro da uno dei due giocatori se e solo se quest'ultimo risultato è preferito al primo dall'altro giocatore.

[24] Un *equilibrio di strategie debolmente dominanti* è un profilo di strategie ciascuna delle quali è una risposta ottima a *tutte* le possibili strategie altrui. Un equilibrio di strategie debolmente dominanti è dunque un equilibrio di Nash robusto rispetto a possibili errori individuali dei giocatori nella *osservazione/predizione delle scelte altrui.* Se, come in questo caso, le strategie sono *l'unica* risposta ottima a tutte le possibili strategie altrui, si ha un *equilibrio di strategie dominanti*, che è evidentemente anche un caso particolare di equilibrio di Nash stretto (definito poco sotto nella nota 26).

invece è Pareto-efficiente e dunque è l'esito 'cooperativo' paradigmatico per DP, ma *non* è a sua volta un risultato di equilibrio di Nash. Dunque un gioco DP è un esempio elementare di *gioco non strettamente antagonistico*[25] *ed a prova di cooperazione* ossia di *coordinazione efficiente. L'evoluzione della cooperazione in DP è l' esempio tipico di evoluzione dell' altruismo.*

Un gioco BS ha al contrario *due* risultati di equilibrio di Nash - a e d- che corrispondono ad altrettanti *equilibri di Nash stretti*[26] simmetrici, e sono *Pareto-incomparabili*: ognuno dei due giocatori preferisce strettamente un risultato di equilibrio all'altro (ed a tutti gli altri possibili risultati), ma le preferenze dei due giocatori tra a e d sono conflittuali cioè opposte.[27] *L'evoluzione della cooperazione in BS è l' esempio tipico di evoluzione di una convenzione distributiva* per la ripartizione consensuale dei benefici della cooperazione.

Un gioco CC ha *due* risultati di equilibrio di Nash - a e d- che corrispondono anch'essi ad altrettanti *equilibri di Nash stretti* simmetrici ed a, per costruzione, è *unanimemente preferito* a d. Pertanto i due equilibri di Nash (puri) di CC sono *Pareto-ordinati*: non solo un equilibrio è Pareto-efficiente e l'altro no, ma il primo corrisponde alla coordinazione di interesse comune ed è per costruzione socialmente migliore dell'altro, in un senso condiviso da *tutti i giocatori* e pertanto 'oggettivo', non controverso.[28] *L'evoluzione della*

[25] Un gioco con due giocatori è *strettamente antagonistico* se le preferenze (strette) dei giocatori sono opposte.

[26] Un *equilibrio di Nash stretto* è un profilo di strategie ciascuna delle quali è l'*unica* risposta ottima alle altre strategie del profilo. Un equilibrio di Nash stretto è dunque un equilibrio di Nash robusto rispetto ai più frequenti errori individuali dei giocatori nella *esecuzione delle proprie scelte*, sotto l'ipotesi consueta che un errore sia tanto più frequente quanto meno costoso. Nell'ambito della teoria dei giochi evolutiva, Young (1998) propone di definire le *convenzioni* come equilibri di Nash stretti. Le convenzioni così definite sono alla base dell'approccio evolutivo all'analisi delle istituzioni proposto in Young (1998).

[27] Naturalmente, in BS *entrambi* i risultati a e d rappresentano un esito cooperativo. Però a è l'esito cooperativo preferito dal primo giocatore, mentre d è l'esito cooperativo preferito dal secondo giocatore.

[28] Studiando i *giochi di segnalazione* nell'ambito della teoria dei giochi classica, già Lewis (1969) propone di definire una *convenzione* come un equilibrio di Nash stretto il cui risultato sia unanimemente preferito al risultato di ogni possibile deviazione unilaterale, e che sia anche *conoscenza comune* (un evento A è detto di conoscenza comune se è vero che 'tutti sanno che tutti sanno che...A' per un numero indefinito di iterazioni di 'tutti sanno che'). Dunque l'equilibrio di interesse comune di CC è in particolare una convenzione nel senso di Lewis se è osservato pubblicamente. *L'equilibrio di interesse comune di CC è naturalmente anche l'unico equilibrio coalizionale del gioco* (è cioè privo di 'obiezioni coalizionali'

cooperazione in CC è l' esempio tipico di evoluzione della coordinazione di interesse comune.

Evidentemente, la teoria non-cooperativa classica suggerisce che CC, in cui c'è un (unico) esito Pareto-efficiente di equilibrio (unanimemente preferito a tutti gli altri risultati possibili) è un ambiente più favorevole e dunque più adeguato sia di BS che di DP per studiare l'evoluzione della cooperazione. Infatti, corrispondendo ad un risultato di equilibrio di interesse comune, la cooperazione in CC non solo corrisponde ad un equilibrio stretto, ma rappresenta una situazione in cui i problemi di distribuzione dei benefici della cooperazione non si pongono, ossia possono essere dati per risolti.[29] In parti-

senza 'contro-obiezioni coalizionali') ed è in particolare anche un equilibrio forte (è cioè addirittura privo di 'obiezioni coalizionali'). Poco sorprendentemente, le regole di soluzione di tipo 'cooperativo' classico -non ponendo restrizioni alla formazione di coalizioni- selezionano l'equilibrio di interesse comune e scartano l'equilibrio Pareto-inefficiente di CC. Si noti però che -al contrario- *in DP non esistono equilibri forti, equilibri coalizionali o equilibri di Nash Pareto-efficienti* (nei giochi a due giocatori le tre nozioni ovviamente coincidono).

[29]Lo studio dell'evoluzione della cooperazione non può naturalmente ignorare l'evoluzione delle *convenzioni di distribuzione* dei benefici della cooperazione. I giochi-base dei giochi evolutivi più adatti a studiare questo problema sono i giochi di *contrattazione* come BS nei quali due o più giocatori devono accordarsi sulla ripartizione di una risorsa per non perderla completamente. I giochi di contrattazione però sono tipicamente caratterizzati dalla *assenza* di interesse comune, ed *i loro equilibri di Nash Pareto-efficienti sono Pareto-incomparabili.* In generale, possono mancare del tutto esiti 'focali' (una distribuzione ugualitaria può esserlo in certe circostanze, ma non è neanche detto che sia accessibile ed efficiente). L'importante lavoro in due volumi di Ken Binmore (Binmore (1994 e 1998)), poi efficacemente sintetizzato in Binmore (2005), è un tentativo pregevole ed originale di affrontare precisamente questa ulteriore versione del problema dell'evoluzione della cooperazione, assimilandolo alla scelta non-cooperativa di un equilibrio di Nash Pareto-efficiente di un particolare gioco di contrattazione sugli equilibri di un gioco-base con due giocatori *indefinitamente ripetuto* (e dunque con giocatori capaci di riconoscimento reciproco). La soluzione proposta da Binmore utilizza un protocollo descritto come 'algoritmo di correttezza' ('fairness algorithm') per generare in modo naturale un equilibrio 'focale' di tipo 'ugualitario'. L' 'algoritmo di correttezza' fa ricorso alla 'posizione originaria' ossia al cosiddetto 'velo di ignoranza' in base al quale i giocatori si trovano -ipoteticamente- a scegliere la loro strategia ignorando il proprio tipo, preferenze incluse, che viene determinato da una mossa casuale *successiva alla scelta delle strategie* (dunque in un gioco in forma estesa con mosse casuali e informazione imperfetta che include due versioni del gioco originario, ciascuna ottenuta dall'altra scambiando tra loro i tipi dei giocatori). L' 'algoritmo di correttezza' secondo Binmore consiste (a) nel considerare il *'gioco della morale'* associato al gioco di contrattazione, un ampliamento del gioco di contrattazione originario sul modo di giocare il gioco-base in cui è consentito in ogni momento a ciascuno dei due giocatori di obiettare invocando la sospensione del gioco ed una

colare, l'esistenza di un risultato di interesse comune fornisce ai giocatori un equilibrio 'focale' naturale che manca invece in BS. D'altronde, in un ambiente decisamente più favorevole all'evoluzione della cooperazione è plausibile che siano efficaci ed identificabili più meccanismi che possono spiegare la fissazione del comportamento cooperativo nella popolazione.[30]

---

riconsiderazione della scelta delle strategie sotto il 'velo di ignoranza' cioè prima di una nuova assegnazione casuale dei tipi ai giocatori; (b) nel selezionare un equilibrio la cui esecuzione *non incontra obiezioni del tipo appena descritto* ovvero un equilibrio del gioco di contrattazione che sia anche un equilibrio del 'gioco della morale' menzionato sopra.

Ciò avviene precisamente quando il risultato dell'equilibrio è essenzialmente 'ugualitario' cioè tale che i due giocatori concordano nel valutare che i vantaggi loro attribuiti sono *equivalenti.* Naturalmente ciò richiede l'effettuazione di confronti interpersonali dei vantaggi privati (la formazione di 'preferenze empatetiche', appunto), con la determinazione di un opportuno standard di conversione. Binmore suggerisce che tale standard di conversione (unico per i due giocatori) viene appunto determinato nel 'medio periodo' (cioè a preferenze rivelate costanti) come unico equilibrio stretto simmetrico nel gioco di contrattazione tra le parti, riflettendone adeguatamente il relativo potere contrattuale. In questo modo però -questa è la principale conclusione di Binmore- l' 'algoritmo di correttezza' rende possibile la soluzione *consensuale* dei problemi distributivi che sorgono *nel breve periodo* quando il gioco-base del gioco di contrattazione in oggetto cambia, ma lo standard di conversione non si è ancora adeguato all'eventuale evoluzione dei poteri contrattuali dei giocatori. Ed è proprio questo risultato, secondo Binmore, che *garantisce un vantaggio evolutivo* all'uso dell' 'algoritmo di correttezza' e ne spiega pertanto l'ampia diffusione in termini di *selezione culturale di gruppo.* Evidentemente, l'applicazione dell' 'algoritmo di correttezza' ha tra i suoi prerequisiti la capacità di sviluppare delle 'preferenze empatetiche' sensibili al benessere altrui, e quella di elaborare ed applicare sistematicamente un criterio 'ugualitario' di ripartizione. Binmore lo riconosce, e si spinge a congetturare una base istintuale per entrambi i requisiti, assimilandoli al risultato dell'evoluzione di altrettante regole epigenetiche. In particolare, Binmore congettura che le 'preferenze empatetiche' potrebbero essere un adattamento delle 'preferenze rivelate altruistiche' indotte dalla parentela genetica, in presenza di pressione evolutiva a favore di una inclusione nella propria comunità di individui provenienti da altre comunità. La elaborazione ed applicazione di un criterio ugualitario di ripartizione, secondo Binmore, potrebbe invece essersi evoluta come modalità di ripartizione del cibo tra le comunità umane di cacciatori/raccoglitori del Pleistocene.

Skyrms (1996) e i due capitoli conclusivi di Young (1998) sono altri due contributi notevoli sull'evoluzione delle convenzioni di distribuzione. Tuttavia, come accennato sopra nel testo, credo ci siano buone ragioni per ritenere che lo studio dell'evoluzione della coordinazione di interesse comune in CC sia in un certo senso un problema preliminare e prioritario da risolvere per riuscire a spiegare adeguatamente l'evoluzione della cooperazione.

[30] Un ambiente *ancora più favorevole* all' evoluzione della cooperazione è dato dal caso dei *giochi a coordinazione spontanea* o *'auto-organizzati'* ossia con un *unico equilibrio di Nash stretto Pareto-efficiente.* Si tratta di quella speciale classe di giochi in cui si manifesta

La discussione che segue prende per buone queste premesse e si concentra sul caso particolare dell'evoluzione della cooperazione interpretata come evoluzione della coordinazione di interesse comune con conflitto di interessi.[31] Di conseguenza, la discussione seguente è centrata su CC piuttosto che su DP, come è invece più consueto in letteratura anche sulla scia di lavori molto

l'effetto della 'mano invisibile'. *Una situazione analoga si verifica anche in caso di interesse comune con conflitti di interessi 'minori', cioè tali da non ostacolare una comunicazione efficace.* In tutte queste situazioni persino la teoria dei giochi classica non-cooperativa è in grado di predire l'esito 'cooperativo', ma il problema dell'evoluzione della cooperazione in questo tipo di contesto si banalizza. La tendenza a trattare arbitrariamente questa specialissima classe di giochi come *tipica* è alla base di molte interpretazioni ideologizzanti dell' evoluzione della cooperazione in chiave 'liberale' o 'neo-liberale', da Herbert Spencer a Friedrich von Hayek. Va anche notato che rimane diffusa la convinzione -errata- che i modelli di equilibrio generale competitivo e le loro proprietà suggeriscano a loro volta un analogo funzionamento efficiente 'auto-organizzato' delle economie di mercato. E' il caso di sottolineare che tale errata interpretazione non è affatto imputabile agli originatori dei moderni modelli di equilibrio generale competitivo -a cominciare da Debreu ed Arrow- né tantomeno allo stesso von Hayek. Infatti, è ben noto che la precoce propensione di von Hayek per un approccio evolutivo all'analisi economica ha origine proprio dalla sua insoddisfazione per i modelli di equilibrio generale competitivo e dalla sua conseguente diffidenza per la nozione stessa di equilibrio (in assenza -fino ai primi anni '50 del secolo scorso- di una nozione più generale di equilibrio come l'equilibrio di Nash). E tali insoddisfazione e diffidenza, a loro volta, sono largamente imputabili proprio alla sua acuta consapevolezza della insostenibilità della interpretazione dei modelli di equilibrio generale competitivo menzionata sopra. Peraltro, i più recenti tentativi di produrre una rigorosa giustificazione 'evolutiva' degli equilibri competitivi come esiti di contrattazioni bilaterali ricorrenti con incontri casuali mettono in luce che tali equilibri non sono affatto gli unici possibili qualora le circostanze dell'interazione consentano la formazione di relazioni personalizzate tra gli agenti. Dunque, è solo sotto condizioni molto particolari e complessivamente poco plausibili che gli equilibri competitivi possono essere considerati come il risultato (o anche solo il risultato *approssimato* immaginato da von Hayek) di un processo di 'coordinazione spontanea'.

[31] Questa è in effetti l'interpretazione dell'evoluzione della cooperazione privilegiata da Maynard Smith, Szathmáry (1995). D'altronde, il contesto più favorevole all'evoluzione della cooperazione in DP è la ripetizione indefinita di DP. Ebbene, come osserva Skyrms (2004) nel motivare la propria enfasi sullo studio di CC, se si considera una versione ridotta del gioco DP indefinitamente ripetuto in cui le sole strategie ammissibili sono la strategia di defezione costante e la strategia di cooperazione reattiva (che prevede di cominciare cooperando ma di passare alla defezione costante alla prima defezione altrui) si ottiene un gioco isomorfo a CC. Skyrms rintraccia le origini di quest'ultima idea nella prima parte del *Leviathan* (1651) di Thomas Hobbes (cfr. Skyrms (2004), cap.1).

influenti quali Axelrod, Hamilton (1981) e Axelrod (1984).[32]

Per applicare l'apparato standard della teoria dei giochi evolutiva al problema dell'evoluzione della cooperazione, è opportuno disporre di una specificazione quantitativa delle valutazioni dei giocatori: in altri termini, è conveniente poter rappresentare le valutazioni dei giocatori con scale numeriche che siano almeno *scale di intervalli*.[33] Ciò si può ottenere estendendo l'insieme originario di strategie di ogni giocatore con l'introduzione delle *strategie miste* (cioè distribuzioni di probabilità sulle strategie del gioco), considerando uno spazio esteso di lotterie sui risultati del gioco-base e assumendo che le preferenze dei giocatori su tale spazio di lotterie siano rappresentabili da *funzioni di utilità attesa*.[34]

La regola di soluzione elementare della teoria dei giochi evolutiva si basa sulla *stabilità evolutiva* delle strategie (la cui formulazione è dovuta a May-

[32] Non si intende qui suggerire in alcun modo che lo studio dell'evoluzione dell'altruismo sia meno importante. Un esempio notevole di questo tipo di enfasi sull'evoluzione dell'altruismo, e sul ruolo della selezione culturale di gruppo -e del conformismo sociale nel supportarla- è il lavoro di studiosi come Samuel Bowles, Richard Boyd, Herbert Gintis, Peter Richerson (cfr. tra gli altri, Boyd, Richerson (2005), Bowles, Gintis (2011); il cap. 11 di Gintis (2000) è un'ottima trattazione relativamente elementare dell'argomento in un testo introduttivo di teoria dei giochi). L'approccio all'evoluzione dell'altruismo proposto in questi lavori può essere descritto come la formulazione e giustificazione di una *dinamica evolutiva su un piccolo spazio di giochi* con lo stesso schema di gioco ma *con diversi profili di preferenze rivelate* dei giocatori. Tale dinamica di giochi di fatto trasforma un gioco di tipo DP in un gioco con un unico equilibrio Pareto-efficiente, o almeno in un gioco di tipo CC, attraverso una modifica delle preferenze rivelate dei giocatori.

Utili lavori di rassegna con ampie bibliografie sono inclusi nel volume collettaneo a cura di Nicita e Pagano (Nicita, Pagano (2001)). Sigmund (2010) è una eccellente trattazione rigorosa, concisa, ed accessibile sull' evoluzione della cooperazione in generale.

[33] Una scala di intervalli per una struttura ordinata corrisponde ad una funzione a valori reali che rispetta l'ordine della struttura e i cui valori sono definiti a meno dell'unità di misura e dell' origine (come per le usuali scale di temperatura). Una scala di intervalli consente appunto di ordinare le ampiezze degli intervalli tra coppie di elementi della struttura, e valutarne i rapporti.

[34] L' utilità attesa di una lotteria di risultati è la somma delle utilità dei risultati ponderate per le rispettive probabilità ed è dunque in particolare una funzione lineare nelle utilità dei risultati. Il nuovo gioco così ottenuto è la cosiddetta *estensione mista* del gioco originario. La nozione di estensione mista di un gioco è la chiave dei due primi fondamentali teoremi di esistenza degli equilibri (Von Neumann (1928), Nash (1950)) che hanno segnato prima la nascita e poi la definitiva affermazione della teoria dei giochi. Quei due teoremi infatti stabiliscono in particolare l'esistenza di equilibri nelle estensioni miste di certe classi di giochi finiti (strettamente antagonistici nel primo caso, arbitrari nel secondo) che nella loro versione 'pura' possono essere privi di equilibri.

nard Smith, Price (1973)). La stabilità evolutiva è un criterio che si applica ai giochi (ricorrenti) in forma strategica *simmetrici* . Si può estendere però facilmente al caso asimmetrico (e a giochi in forma estesa) applicandolo alla versione 'simmetrizzata' di un gioco asimmetrico, cioè ad un gioco simmetrico a due giocatori le cui strategie consistono di profili di strategie del gioco asimmetrico originario.

Una strategia s di un gioco in forma strategica simmetrico G è *evolutivamente stabile* se non può essere 'invasa' da un'altra strategia che ne rappresenti una 'mutazione elementare', nel senso seguente. Supponiamo che s sia la strategia giocata da *tutti* i giocatori di una popolazione numerosa che giocano più volte G incontrandosi volta a volta in combinazioni variabili. Allora si dice che s è *evolutivamente stabile* se esiste un valore soglia tale che, qualora una *frazione piccola* della popolazione (cioè una frazione inferiore a quel valore soglia) adotti *uniformemente* una *qualsiasi* strategia alternativa t- la strategia 'mutante'- modificando così la distribuzione delle strategie usate dalla popolazione di giocatori, l'utilità attesa di ciascun giocatore che adotti la strategia t risulta *minore* dell'utilità attesa di un giocatore che persista ad usare s in presenza della nuova distribuzione di strategie.

E' facile verificare che una conseguenza di questa definizione è che una strategia evolutivamente stabile è la componente di un equilibrio di Nash simmetrico, e *la strategia componente di un equilibrio di Nash stretto simmetrico di un gioco simmetrico è necessariamente una strategia evolutivamente stabile.*[35]

Pertanto il criterio di stabilità evolutiva non solo predice la fissazione della defezione nel gioco DP ricorrente ed identifica entrambi gli equilibri puri di BS come sue possibili soluzioni, ma ammette come possibili soluzioni del gioco CC ricorrente *sia* la fissazione della cooperazione *che* la fissazione della defezione ed è dunque *incapace di predire una tendenza univoca all'evoluzione della coordinazione di interesse comune in CC, esattamente come la teoria dei giochi classica non-cooperativa.*

Si noti che la resistenza di una strategia evolutivamente stabile s alle invasioni di strategie 'mutanti' concerne solo le 'mutazioni elementari' cioè quelle che consistono nell'introduzione di *una sola* strategia alternativa a s nella popolazione.

[35] Va notato che se il gioco ricorrente è una versione simmetrizzata di un gioco asimmetrico allora vale anche il viceversa, cioè che una strategia evolutivamente stabile è necessariamente un equilibrio di Nash stretto del gioco asimmetrico (questo risultato è dovuto a Selten: cfr. ad esempio Weibull (1995), Proposizione 5.1 per una semplice dimostrazione).

D'altra parte il criterio di stabilità evolutiva può essere esteso al caso in cui l'utilità attesa di un giocatore che adotta una certa strategia dipende direttamente -in modo che può essere anche non-lineare- dall'intero *stato della popolazione* cioè dall'intera distribuzione delle strategie nella popolazione (e dunque può non coincidere col valore atteso aggregato delle utilità attese associate alle singole interazioni). In tal caso si parla di giochi ricorrenti *popolazionali* e di *stati evolutivamente stabili*[36] di un gioco ricorrente (popolazionale).[37]

Va sottolineato che l'interpretazione della definizione di stabilità evolutiva in termini di resistenza di una strategia alle invasioni da parte di (certe) strategie 'mutanti' è intuitivamente giustificabile ed appropriata precisamente *perché si sottintende che le strategie che assicurano un più elevato vantaggio complessivo (misurato dall'utilità attesa) ai giocatori che le adottano saranno replicate con maggiore frequenza.* Dunque la stabilità evolutiva fa chiaramente riferimento ad una *dinamica darwiniana* delle strategie considerate come *replicatori.*[38] In altri termini, le strategie di un gioco evolutivo rappresentano l'analogo di un 'genotipo', pur avendo anche molte caratteristiche di un 'fenotipo'.[39]

Comunque, le caratteristiche essenziali della dinamica qui sottintesa sono

---

[36] Pertanto uno stato e quindi in particolare uno stato evolutivamente stabile di un gioco ricorrente è una distribuzione di frequenze relative e dunque un punto del simplesso costituito da tutte le possibili distribuzioni di probabilità su una sottoclasse predefinita di strategie (pure o 'miste') adottabili da qualche giocatore. Gli estremi del simplesso corrispondono agli stati della popolazione in cui tutti i giocatori adottano la stessa strategia.

[37] I giochi ricorrenti popolazionali dunque generalizzano i giochi ricorrenti. Sandholm (2010) offre una trattazione accurata ed esaustiva dei giochi ricorrenti popolazionali e delle loro dinamiche evolutive.

[38] Un *replicatore* è un pacchetto di informazione che può riprodursi 'fedelmente' ed indefinitamente.

[39] Non c'è dubbio infatti che le strategie rappresentino di fatto *anche* l'interazione di un replicatore con l'ambiente. Il punto è che nei processi di evoluzione culturale separare il pacchetto di informazione dai suoi effetti è spesso problematico. Di conseguenza appare priva di senso l'idea di interpretare questo tipo di dinamica come un caso di evoluzione 'lamarckiana' da contrapporre alla evoluzione 'darwiniana'. Eppure la tentazione di farlo è ancora diffusa e persistente, probabilmente perché sostenuta da motivazioni che possono essere diverse tra loro e persino contrastanti. Infatti, è interessante che vi indulga spesso sia chi ritiene l'ereditarietà genetica l'unica davvero rilevante, sia chi al contrario riconosce l'essenziale ruolo esplicativo dell'evoluzione culturale ma desidera negare l'opportunità di un approccio basato sull' 'algoritmo darwiniano' (definito poco sotto nel testo) alla analisi del ruolo della trasmissione culturale nei comportamenti sociali umani.

(a) la trasmissione efficace di *informazione*[40] da *diverse varianti* di 'entità' che si riproducono[41] alle loro rispettive 'progenie' e

(b) l'effetto di una *diversità trasmissibile dei tassi di riproduzione* caratteristici delle diverse varianti sull'evoluzione delle loro *frequenze relative* nella popolazione delle 'entità' prese in considerazione.

Non è affatto detto che l'informazione in questione e quindi il meccanismo di trasmissione coinvolto siano di tipo genetico. E' possibile, ed anzi più plausibile in molti casi rilevanti, che l'informazione considerata ed il meccanismo di trasmissione siano di tipo *culturale*. La dinamica coinvolta è dunque 'darwiniana' nel senso generale che incorpora le caratteristiche definitorie dell' *'algoritmo darwiniano'* [42] menzionate sopra, che ammettono in linea di principio un'ampia varietà di domini di applicazione.[43]

[40] Alcuni autori resistono all'uso del termine 'informazione' in questo contesto, presumibilmente perchè lo trovano vago o comunque inadeguato a descrivere *anche* una 'riproduzione di struttura' prodotta da un processo causale 'materiale' (un recente esempio di questo orientamento è Godfrey-Smith (2009)) . Si potrebbe obiettare che il contenuto intuitivo del termine è in realtà abbastanza 'robusto' e saldamente ancorato ad una prospettiva materialistica (come fa Dennett (2011)), e che esistono ormai formulazioni della 'trasmissione di informazione' adeguatamente *precise e generali* (cfr. ad esempio l'approccio categoriale alla rappresentazione della trasmissione di informazione basato sugli *'infomorfismi'* cioè coppie di funzioni tra classificazioni di un sistema distribuito e classificazioni delle sue componenti che rispettano la struttura delle classificazioni coinvolte, proposto in Barwise, Seligman (1997)).

[41] In questo caso per imitazione o clonazione, e comunque evidentemente in una modalità 'asessuale'. Nei giochi evolutivi le strategie si comportano appunto come *replicatori.*

[42] Questa efficace espressione è dovuta a Daniel Dennett (Dennett (1995)) ed allude appunto ad una formulazione generale e astratta di quell' 'unico lungo argomento' prodotto da Charles Darwin in *On the Origin of Species.* Per valutare la correttezza dell'espressione di Dennett è opportuno ricordare che nell'accezione più generale un algoritmo può includere un *canale (pseudo-)stocastico* e -diversamente da un buon algoritmo di calcolo o di programmazione- può *non convergere ad alcun risultato.* Naturalmente l'espressione 'algoritmo darwiniano' allude in realtà ad una intera classe di algoritmi simili.

[43] Questo importante argomento ha conquistato l'attenzione generale grazie all' introduzione della nozione di 'meme' o replicatore culturale nel classico lavoro di Richard Dawkins (Dawkins (1989^2)). Due testi classici sull'evoluzione culturale e le specificità dei suoi meccanismi di trasmissione sono Cavalli-Sforza, Feldman (1981) e Boyd, Richerson (1985). Una approfondita riconsiderazione dell'ambito di applicazione dell' 'algoritmo darwiniano' -e dei suoi confini sfumati- è uno dei temi centrali di Godfrey-Smith (2009). La questione delle condizioni che garantiscono l'efficacia selettiva dell' 'algoritmo darwiniano' è legata strettamente al problema lungamente dibattuto delle 'unità' dei processi di evoluzione e di selezione e del ruolo della 'selezione di gruppo' (cfr. ad esempio Okasha (2006) per un recente accurato riesame dell'intera controversia, e la distinzione di almeno

Il nesso tra stabilità evolutiva e dinamica darwiniana può essere reso più esplicito e preciso introducendo la *dinamica di replicazione* ed i giochi evolutivi associati a questo tipo di dinamica. La dinamica di replicazione si può definire identificando il tasso di crescita della frequenza relativa di una strategia e dunque il suo successo evolutivo con la differenza tra l'utilità attesa di un giocatore che la adotti[44] e l'utilità attesa media dei giocatori nello stato corrente della popolazione.

Se la popolazione degli agenti coinvolti è numerosa, gli istanti temporali formano un continuo e le frequenze relative variano con appropriata gradualità, la dinamica di replicazione appena descritta è adeguatamente rappresentabile dall'equazione differenziale:

$$(\mathbf{DR}) \quad \left(\tfrac{dx_i}{dt}(t) = x_i(t) \cdot (u_i(x(t)) - \overline{u}(x(t)))\right), \quad i = 1, ..., k$$

ove $x(t) = (x_1(t), ..., x_k(t))$ denota lo stato della popolazione al tempo t, $x_i(t)$ la frequenza relativa dei giocatori che adottano la i-esima strategia nello stato $x(t)$, $u_i(x(t))$ l'utilità attesa (o eventualmente l'utilità attesa media) di un qualsiasi giocatore che adotta la strategia i-esima allo stato $x(t)$, $\overline{u}(x(t))$ l'utilità attesa media dell'intera popolazione di giocatori attivi allo stato $x(t)$ e $\frac{dx_i}{dt}(t)$ naturalmente la derivata prima rispetto al tempo della frequenza relativa della strategia i-esima, calcolata al tempo t, per cui $\frac{dx_i}{dt}(t)/x_i(t)$ è appunto il tasso di crescita della sua frequenza relativa al tempo t.

In effetti, è relativamente semplice dimostrare la proposizione seguente[45]:

(i) uno stato evolutivamente stabile di un gioco ricorrente popolazionale G è uno stato stazionario asintoticamente stabile del gioco evolutivo $(G, \mathbf{DR})$ cioè della dinamica $\mathbf{DR}$ applicata a G;

(ii) uno stato evolutivamente stabile completamente misto (in cui cioè ogni strategia ammissibile è rappresentata) di un gioco ricorrente popolazionale G è uno stato stazionario globalmente stabile del gioco evolutivo $(G, \mathbf{DR})$ cioè della dinamica $\mathbf{DR}$ applicata a G.[46]

Una prima implicazione della proposizione precedente è che risulta pienamente confermata la connessione tra il criterio di stabilità evolutiva e una

---

due diverse nozioni di 'selezione di gruppo' tra quelle comunemente utilizzate nella letteratura rilevante).

[44] Si possono anche considerare varianti con appropriate misure del vantaggio dei giocatori date da scale numeriche diverse dall'utilità attesa.

[45] Si veda ad esempio Hofbauer, Sigmund (1998), Teorema 7.24.

[46] Si veda la precedente nota 11 per le definizioni rilevanti.

delle esemplificazioni canoniche dell' 'algoritmo darwiniano' (sia pure priva di un ruolo esplicito per le 'mutazioni').

Una seconda implicazione della parte (i) della proposizione, però, è che in generale gli stati stazionari asintoticamente stabili di un gioco evolutivo non hanno affatto più potere predittivo o esplicativo del criterio di stabilità evolutiva.

Almeno *questa* versione esplicita dell' 'algoritmo darwiniano' non porta dunque più lontano della teoria dei giochi classica non-cooperativa per quanto concerne l'evoluzione della cooperazione (o al contrario della defezione) in CC.[47]

Predizioni più specifiche possono essere ottenute restringendo esplicitamente l'analisi a popolazioni *finite* di giocatori[48], usando il criterio di *rischio-dominanza* per i giochi simmetrici 2×2 con preferenze dei giocatori rappresentabili da funzioni di utilità attesa, ed introducendo *dinamiche di tipo stocastico.*

Il criterio di rischio-dominanza -formulato da Harsanyi e Selten nell'ambito della teoria dei giochi classica- stabilisce che una strategia s *rischio-domina* la strategia t se s garantisce a un giocatore un'utilità attesa maggiore di t nell'ipotesi che l'altro giocatore giochi s e t con uguale probabilità: in tal caso s si dice *rischio-dominante* e t *rischio-dominata.*[49]

L'uso di dinamiche di tipo stocastico, a sua volta, suggerisce immediatamente una rappresentazione *esplicita* di quei processi di 'mutazione' casuale che sono una componente essenziale dell' 'algoritmo darwiniano'. Inoltre,

[47] Ma risultati analoghi valgono per gli equilibri di Nash stretti nei giochi ricorrenti popolazionali e gli stati stazionari asintoticamente stabili di un'ampia classe di dinamiche 'monotoniche' (cioè con frequenze relative delle strategie non-decrescenti e localmente crescenti al crescere del vantaggio procurato ai giocatori) di cui **DR** è un caso speciale (cfr. ad esempio Weibull (1995), Proposizione 5.11). Si tratta dunque di un risultato notevolmente robusto rispetto a varie specificazioni della dinamica darwiniana del gioco evolutivo.

[48] Al contrario, alcuni almeno dei modelli considerati sopra usano l'ipotesi che le popolazioni di agenti siano di grandi dimensioni per giustificare come una buona approssimazione l'uso di popolazioni con un numero infinito di agenti.

[49] La nozione di rischio-dominanza si estende naturalmente ai due corrispondenti profili di strategie (s, s) e (t, t). Intuitivamente, la strategia rischio-dominante ha per ciascun giocatore un 'fattore di rischio' inferiore in condizioni di totale ignoranza sul comportamento dell'altro giocatore (cfr. Weibull (1995) o Young (1998) per una discussione dettagliata della rischio-dominanza). Nel caso di CC, l'equilibrio Pareto-efficiente è rischio-dominante se l'utilità attesa del primo giocatore è tale che $u(a)-u(c) > u(d)-u(b)$, mentre l'equilibrio Pareto-inefficiente è a sua volta rischio-dominante se $u(d) - u(b) > u(a) - u(c)$.

consente di estendere l'analisi al *lungo periodo,* inteso appunto come *l'ordine di grandezza di un orizzonte temporale entro il quale si verificano transizioni tra stati stazionari asintoticamente stabili di una dinamica,* indotte da perturbazioni stocastiche del tipo rilevante.

Per esempio, si può ragionevolmente ipotizzare che il processo di aggiustamento delle strategie da parte dei giocatori sia soggetto ad una 'piccola' *perturbazione stocastica costante nel tempo*, rappresentata da una variabile casuale ϵ variamente interpretabile come una probabilità di mutazione, una probabilità di sperimentazione, o un errore di campionamento a seconda della specifica interpretazione del processo evolutivo considerato[50].

In tal caso, la dinamica che rappresenta l'evoluzione delle frequenze relative delle strategie in tempo discreto è una catena di Markov su uno spazio di stati finito, ossia il processo stocastico indotto da

$$(\mathbf{DSM}) \qquad P(\epsilon) := [p_{ij} + \epsilon], i, j = 1, ..., k$$

ove $P(\epsilon)$ è una matrice quadrata stocastica di dimensione k pari al numero degli stati possibili della popolazione, la cosiddetta *matrice delle probabilità di transizione di stato* del processo. Per ogni coppia ordinata di stati z_i, z_j la componente p_{ij} della matrice -corrispondente alla riga i ed alla colonna j- è la probabilità di transizione dallo stato z_i allo stato z_j, perturbata dall'addizione della variabile casuale ϵ che rappresenta il fattore di 'errore' appena descritto.

Si tratta di una catena di Markov *omogenea* perché la matrice $P(\varepsilon)$ è costante nel tempo, ed *irriducibile* perché per costruzione da ogni stato c'è una probabilità positiva di raggiungere ogni altro stato in un numero finito di periodi (ossia, equivalentemente, l'intero spazio degli stati è l'unica *classe ricorrente* della dinamica, se definiamo *ricorrente* una classe di stati reciprocamente raggiungibili da nessuno dei quali è possibile raggiungere uno stato non appartenente alla classe stessa).

Pertanto, per una proprietà fondamentale delle catene di Markov irriducibili $P(\epsilon)$ ha una unica distribuzione di probabilità stazionaria p_ϵ [51]. Inoltre, si può dimostrare che se la perturbazione ϵ è sufficientemente *regolare*[52] allora il limite per ϵ tendente a zero della distribuzione p_ϵ esiste ed è

[50] Si ipotizza che la 'mutazione' di un giocatore sia indipendente dalle 'mutazioni' degli altri, e che la variabile casuale ϵ sia *indipendente dallo stato della popolazione* e identica per tutti.

[51] Cioè una distribuzione di probabilità $p_\epsilon = (p_\epsilon(z_1), ..., p_\epsilon(z_k))$ tale che $p_\epsilon P(\epsilon) = p_\epsilon$.

[52] Nel senso che per ogni coppia di stati z_i, z_j esiste un (unico) numero reale $r(z_i, z_j)$

una distribuzione stazionaria p^* della matrice $P = [p_{ij}], i, j = 1, ..., k$ delle probabilità di transizione non perturbate.

Gli *stati stocasticamente stabili* della dinamica cioè quelli a cui p^* assegna una probabilità positiva sono proprio gli stati di una delle classi ricorrenti di P che oppongono meno 'resistenza' all'ingresso [53], cioè al raggiungimento di uno dei propri stati (cfr. Young (1998)): intuitivamente, *gli stati stocasticamente stabili sono gli stati in cui la popolazione tenderà a trovarsi nel lungo periodo.*

Naturalmente il tipo di gioco ricorrente e la matrice $P = [p_{ij}]_{i,j=1,...,k}$ delle probabilità di transizione non perturbate e quindi la dinamica stocastica corrispondente possono essere specificati in vari modi, anche limitandoci ai giochi simmetrici che stiamo considerando.

Ad esempio, il gioco ricorrente può usare un'unica popolazione oppure più popolazioni distinte di agenti per i ruoli di giocatore, e la matrice P può corrispondere ad una dinamica monotonica di tipo darwiniano *a risposta ottima*[54], oppure rappresentare la dinamica indotta dal processo di apprendimento adattivo di giocatori dotati di memoria limitata che scelgono una strategia di risposta ottima alla media delle strategie giocate in un 'piccolo' campione di precedenti 'partite' memorizzate (cfr. ad esempio Kandori (1997), Young (1998), Crawford (2001), Hofbauer, Sigmund (2003), Pemantle (2007)).

Ma si può dimostrare che se la popolazione (finita) è abbastanza numerosa, nel gioco CC *gli stati stocasticamente stabili della dinamica descritta da P in ognuna di queste varianti corrispondono comunque alla strategia rischio-dominante.*[55]

L'argomento-base che supporta la dimostrazione di questo notevole risultato è in realtà abbastanza semplice ed intuitivo.

Infatti, è facile controllare che -per essere più vantaggiosa dell'altra- og-

---

-la *resistenza* alla transizione da z_i a z_j- tale che il limite per ϵ tendente a 0 del rapporto $(p_{ij} + \epsilon)/\epsilon^{r(z_i,z_j)}$ è definito e positivo (cfr. Young (1998)).

[53] Nel senso definito nella nota precedente. La tecnica di solito utilizzata per calcolare tale 'resistenza' è quella di tipo combinatorio introdotta negli anni '80 da Freidlin e Wentzell ed illustrata in Young (1998), cap.3.

[54] Cioè una dinamica tale che una strategia tra quelle utilizzate che assicura ai giocatori utilità massima rispetto alla distribuzione di strategie prevalente cresce di frequenza. Questo modo di calcolare l'utilità attesa che una strategia assicura ad un giocatore che la adotti presuppone però che in ogni periodo ciascun giocatore incontri - e giochi una 'partita' con- ciascuno degli altri giocatori, oppure giochi un numero indefinitamente grande di 'partite'.

[55] Si vedano Vega-Redondo (1996), Teorema 20, e Young (1998), Teorema 4.1.

nuna delle due strategie richiede di essere presente nello stato della popolazione con una frequenza superiore ad una certa soglia minima. Gli stati della popolazione con una frequenza della strategia superiore a tale soglia minima formano il bacino di attrazione[56] di quella strategia (o più precisamente dello stato 'monomorfo' in cui tutti i giocatori giocano quella strategia), e praticamente ogni stato è nel bacino di attrazione di una delle due strategie. D'altra parte, la frequenza-soglia della strategia rischio-dominante è per costruzione inferiore a quella dell'altra strategia, e dunque *il suo bacino di attrazione è più ampio.* Ciò implica in particolare che il numero di 'mutazioni' richiesto per passare dallo stato 'monomorfo' della strategia 'rischio-dominata' al bacino di attrazione della strategia rischio-dominante è *minore* del numero di 'mutazioni' necessario per il passaggio inverso dallo stato 'monomorfo' della strategia rischio-dominante al bacino di attrazione della strategia 'rischio-dominata'.

In altri termini, *la 'resistenza' opposta dal processo stocastico alla transizione verso la strategia rischio-dominante è minore di quella opposta alla transizione inversa.* Ne consegue che al crescere della numerosità della popolazione, il rapporto tra la probabilità di transizione allo stato di fissazione della strategia rischio-dominante e la probabilità di transizione allo stato di fissazione della strategia rischio-dominata tende all'infinito.[57]

In tal senso, l'uso degli stati stocasticamente stabili come regola di soluzione nell'ambito di *questa* classe di giochi evolutivi consente di predire la *selezione*

[56] Si veda la nota 11 per una definizione.

[57] Questo perché - per costruzione- la probabilità di transizione da uno stato 'monomorfo' all'altro è proporzionale alla probabilità del numero richiesto di 'mutazioni': tale probabilità di transizione *decresce esponenzialmente al crescere del numero di 'mutazioni' richieste*, e per costruzione *quest'ultimo numero a sua volta cresce con le dimensioni della popolazione.* Le probabilità non perturbate di transizione ai due stati 'monomorfi' saranno in generale arbitrariamente diverse. Però, al crescere della dimensione della popolazione, il rapporto tra le probabilità delle combinazioni di 'mutazioni' richieste rispettivamente dalla 'transizione allo stato rischio-dominante' e dalla 'transizione allo stato rischio-dominato' cresce e dunque finisce inevitabilmente per prevalere sull'effetto delle rispettive probabilità non perturbate di transizione, che sono per costruzione fissate. Di conseguenza il rapporto tra la probabilità di transizione allo stato 'monomorfo' della strategia rischio-dominata e la probabilità di transizione allo stato 'monomorfo' della strategia rischio dominante tende in ogni caso a zero (ed il rapporto inverso all'infinito).

Va sottolineato che l'ipotesi che la probabilità di 'mutazione' sia costante nel tempo, ed in particolare *indipendente dallo stato della popolazione*, è essenziale per la validità di questo risultato (si veda ad esempio Juang, Sabourian (2007) per una discussione su questo punto).

della strategia rischio-dominante di CC (in quanto, per così dire, 'infinitamente più probabile' della strategia rivale nel lungo periodo).

Pertanto, se CC ha una strategia rischio-dominante e l'equilibrio di Nash di CC corrispondente alla strategia rischio-dominante è quello Pareto-inefficiente, allora il conflitto di interessi è destinato a prevalere, ed *è la defezione generalizzata e non la coordinazione di interesse comune a costituire l' unico stato stocasticamente stabile della dinamica evolutiva stocastica associata a CC del tipo considerato sopra.*

La conclusione inevitabile di tutto ciò è che *l'evoluzione della cooperazione non è affatto un risultato scontato, persino nelle condizioni più favorevoli cioè in presenza di interesse comune-* che consente di prescindere dai conflitti distributivi. Fare progressi nel tentativo di spiegare l'evoluzione della cooperazione partendo da CC richiede evidentemente l'esplorazione *di ulteriori condizioni sulle caratteristiche delle interazioni e della loro dinamica.*

In effetti, il problema di identificare e classificare condizioni specifiche che consentano l'evoluzione della coordinazione di interesse comune nei giochi del tipo CC è ancora oggetto di una considerevole attività di ricerca. D'altronde, la soluzione di questo problema è rilevante anche per rispondere ad alcune questioni sollevate nell'ambito di un'altra influente tradizione culturale interessata alla promozione di un approccio scientifico allo studio dell'evoluzione delle società umane: quella ispirata dal *'materialismo storico'* formulato agli inizi della seconda metà dell'800 da Karl Marx e Friedrich Engels.

4 Materialismo storico

Il *materialismo storico* è la dottrina sull'evoluzione delle società umane enunciata sinteticamente da Karl Marx nella celebre *Prefazione* del 1859 a *Zur Kritik der Politischen Ökonomie* ed è parte essenziale dell'eredità culturale dell'influente e multiforme tradizione marxista.

L'autore che forse più di ogni altro ha tentato di produrre una enunciazione chiara del materialismo storico è Gerald Cohen.[58] Cohen si è proposto infatti di articolarlo in termini di poche proposizioni controllabili -almeno in

[58] Cohen (1978) è forse il lavoro più importante mai dedicato allo specifico compito di produrre una formulazione coerente e chiara del materialismo storico. La prima parte di Cohen (1988) raccoglie lavori che includono significativi aggiustamenti e revisioni della sua precedente monografia.

linea di principio- secondo standard accettabili nella modellistica scientifica contemporanea.

La formulazione del materialismo storico proposta da Cohen può essere ridotta alla congiunzione delle due proposizioni seguenti[59]:

(i) *tesi dello sviluppo delle forze produttive (TS)*: nelle società umane le forze produttive tendono a svilupparsi cioè a crescere;

(ii) *tesi del primato delle forze produttive (TP)*: i modi di organizzare e coordinare le attività produttive nelle società umane -e alcune importanti interazioni sociali [60] associate a tali attività- si affermano o decadono a seconda che promuovano od ostacolino la crescita delle forze produttive.

Cohen si dichiara peraltro dubbioso sulla possibilità di stabilire la validità del materialismo storico.[61] La principale motivazione del suo scetticismo è che, in assenza di un modello in grado di connettere TS e TP, TS appare come un enunciato indipendente da TP (e viene anzi usato da Cohen come una premessa di un argomento a favore di TP: cfr. Cohen (1988), cap.1). D'altra parte, la 'tesi dello sviluppo' (TS) -anche se complessivamente plausibile per quanto concerne parti significative della storia conosciuta delle società umane- sembra a Cohen difficile da giustificare in modo accettabile come enunciato *generale* sulla loro evoluzione.[62]

[59] Combinata naturalmente con una adeguata lista di definizioni, spiegazioni e precisazioni per le quali rimando a Cohen (1978) e Cohen (1988), capp.1, 2, 5, 6, 8 e 9.

[60] Cioè le interazioni sociali afferenti alla 'sovrastruttura', ossia le istituzioni essenziali per il funzionamento della 'struttura economica' della società. Cohen propone -e attribuisce persuasivamente anche a Marx- una concezione molto parsimoniosa della 'sovrastruttura', escludendone fermamente la conoscenza scientifica e le istituzioni che ne supportano la formazione e lo sviluppo (e dunque, indirettamente, anche le concezioni artistiche e gli aspetti dottrinali delle tradizioni religiose, che sono inevitabilmente influenzati dal progresso della conoscenza scientifica).

[61] Si vedano in particolare i cap. 5 e 9 di Cohen (1988).

[62] E' interessante che Cohen alluda -sia pure vagamente ed in modo circospetto- alla 'sociobiologia' come una possibile fonte di progressi riguardo alla giustificazione di TS (Cohen (1988), cap.5, p.106). E' altrettanto interessante che tale allusione non abbia praticamente avuto seguito nei suoi successivi lavori, e che Cohen abbia da allora concentrato il suo lavoro sulla formulazione di un' etica ugualitaria.

John Roemer, un altro noto e apprezzato autore di orientamento marxista, propose a sua volta negli anni '80 del secolo scorso una formulazione del materialismo storico influenzata da quella di Cohen ma inclusiva di una esplicita interpretazione *prescrittiva* di TS. Questa interpretazione veniva giustificata con una sorta di antropologia filosofica, utilizzando in chiave normativa alcune celebri previsioni marxiane sul futuro 'libero sviluppo delle facoltà umane' (si veda Roemer (1986)). In seguito, anche Roemer ha indirizzato la sua ricerca in questo campo verso la formulazione e le implicazioni politico-economiche di un'etica

Naturalmente le tesi TS e TP come sono formulate sopra includono ancora termini ambigui che richiederebbero precisazioni e chiarimenti. Eppure *questa formulazione del materialismo storico gli attribuisce una struttura abbastanza precisa da consentirne un'interpretazione in termini di evoluzione della coordinazione di interesse comune in CC.*

Infatti, lo sviluppo delle forze produttive -comunque precisato- rende disponibili maggiori risorse, che rendono pertanto possibile un aumento dei benefici per tutti gli agenti coinvolti. E' anche plausibile che diverse modalità di organizzare le attività produttive possano essere sistematicamente correlate a livelli diversi e Pareto-comparabili di produzione e disponibilità di benefici per tutti (cioè univocamente caratterizzabili come superiori o inferiori). La traducibilità di queste condizioni nel linguaggio della teoria dei giochi -e di CC in particolare- è evidente. Gli agenti protagonisti delle attività produttive e delle interazioni sociali ad esse associate possono essere rappresentati come i giocatori di un gioco CC ricorrente, e le modalità di organizzazione e coordinazione delle loro attività sono rappresentabili come *strategie*, che sono i *replicatori*[63] di quel gioco ricorrente.

distributiva di tipo ugualitario.

[63] Ricordiamo che per *replicatore* si intende qui un pacchetto di informazione suscettibile di riproduzione ad 'alta fedeltà' per un numero indefinito di generazioni. Il meccanismo di trasmissione associato ai replicatori di un gioco evolutivo dunque non è in generale di tipo genetico nè necessariamente fondato su una 'regola epigenetica' di apprendimento individuale, ma può essere al contrario un meccanismo di trasmissione culturale fondato su qualche forma di apprendimento sociale, le cui caratteristiche specifiche possono essere determinanti. Così è infatti nei modelli considerati di seguito nel testo. Ciò implica che l'approccio all'evoluzione della cooperazione che stiamo considerando *non è in alcun modo riconducibile alla sociobiologia* nell'accezione classica dovuta ad Edward Wilson (Wilson (1975)). Infatti l'ipotesi di lavoro caratteristica della sociobiologia -in seguito largamente adottata negli studi ispirati dalla 'psicologia evoluzionistica'- è che l'evoluzione del comportamento sociale umano sia spiegabile facendo riferimento ai soli meccanismi di trasmissione genetica combinati con appropriate 'regole epigenetiche' di apprendimento individuale (ignorando di fatto i meccanismi di trasmissione culturale e le loro possibili varianti). La motivazione di questo approccio risiede nell'ipotesi implicita che i meccanismi di trasmissione culturale, ammesso che abbiano un ruolo, siano comunque sotto il controllo della selezione a base genetica e dunque non possano entrare in conflitto duraturo con i meccanismi di trasmissione di tipo genetico, ed interferire in modo significativo coi loro risultati. L'ipotesi contraria è già implicita in Dawkins (1989^2) ed è esplorata e difesa accuratamente in Boyd, Richerson (1985) in una versione denotata come 'teoria del duplice sistema ereditario' ('dual inheritance theory'). Richerson, Boyd (2005) è un' eloquente ed aggiornata ricapitolazione e difesa delle idee della 'dual inheritance theory'. Il cap. 8 di Godfrey-Smith (2009) è una utile discussione del ruolo specifico dei modelli di evoluzione

Lo sviluppo delle forze produttive corrisponde al prevalere della coordinazione di interesse comune sulla 'defezione' che corrisponde a sua volta all'inerzia della modalità di coordinazione inefficiente (che al contrario ostacola quello sviluppo).

Se si adotta questa interpretazione, *TP corrisponde all' evoluzione della coordinazione di interesse comune nei giochi di tipo CC, TS diventa un semplice corollario di TP, e la difficoltà identificata da Cohen scompare.*[64] Di conseguenza, in questo modello evolutivo stilizzato basato su CC, il materialismo storico si identifica con la *tesi* dell'evoluzione della cooperazione.[65]

Il problema della identificazione di condizioni sufficienti per l'evoluzione della coordinazione di interesse comune in giochi di tipo CC è tuttora oggetto di ricerca.

Una ovvia implicazione dei risultati sulle dinamiche stocastiche markoviane considerate nella sezione precedente è che *se* la strategia di interesse comune è anche rischio-dominante, *allora* l'evoluzione della cooperazione corrisponde all'unico stato stocasticamente stabile del gioco evolutivo associato a CC.

Ma esistono interessanti risultati favorevoli all'evoluzione della coordi-

---

culturale nell'ambito dell'evoluzionismo contemporaneo. Dennett (2003) spiega con molta efficacia perché ed in che senso modelli evolutivi che -come quelli di evoluzione culturale- includono processi di 'scelta' non richiedano affatto una qualche dose di indeterminismo delle leggi fisiche presupposte.

[64] Il materialismo storico così inteso implica in particolare la tesi che le strategie del gioco-base, ossia le modalità di organizzazione e coordinazione delle attività produttive -i replicatori del gioco evolutivo- si comportino come simbionti *mutualisti* dei giocatori umani cioè *procurino a loro volta dei benefici agli agenti che ne rendono possibile la replicazione.*

[65] E dunque, con un *programma di ricerca scientifico* che consiste precisamente nella identificazione delle condizioni sotto le quali tale tesi è - eventualmente - valida.

Naturalmente, un certo grado di semplificazione è caratteristico di *ogni* tentativo efficace di modellizzazione. D'altra parte l'impressione che la semplificazione proposta sopra -col conseguente riferimento a due soli giocatori o ruoli di gioco- sia eccessiva è senz'altro legittima, ma può essere notevolmente mitigata da almeno due considerazioni:

(i) ogni giocatore o ruolo di giocatore può essere interpretato come un agente rappresentativo di una intera popolazione, ed il suo comportamento come il risultato di un gioco di votazione o -più in generale- di un processo di scelta collettiva;

(ii) il modello potrebbe essere esteso rimpiazzando CC con un appropriato gioco *supermodulare* a n-giocatori (cioè un gioco caratterizzato da 'complementarità tra strategie') che generalizzi le proprietà salienti di CC cioè l'esistenza di un interesse comune e di più equilibri Pareto-ordinati. I giochi supermodulari sembrano particolarmente adatti a studiare l'evoluzione della cooperazione mediante processi di divisione del lavoro (si veda Sandholm (2010) cap.3.4 per una introduzione ai giochi ricorrenti popolazionali supermodulari).

nazione di interesse comune (e quindi a TP, secondo l'interpretazione appena proposta) *anche quando la strategia di interesse comune è rischio-dominata.*

Una prima classe di risultati mette in luce il contributo positivo all'evoluzione della coordinazione di interesse comune assicurato dalla dinamica darwiniana di aggiustamento delle strategie basata sulla *imitazione della strategia di maggior successo.*

Per esempio, nell'ambito di una dinamica stocastica markoviana analoga a quella considerata nella sezione precedente, si può dimostrare che se in ogni periodo ogni giocatore *adotta una strategia* e partecipa ad un dato numero *finito* m di interazioni (e relative 'partite') in altrettanti incontri casuali *usando la strategia adottata* allora:

(i) l'utilità attesa media assicurata da una strategia a chi la adotta dipende *dagli incontri effettivi in quel periodo dei giocatori che la adottano* e *non* dall'utilità attesa rispetto alla distribuzione di strategie adottate *dalla intera popolazione*,

(ii) una dinamica di aggiustamento darwiniana che non diminuisca mai -e accresca con probabilità positiva- la frequenza della strategia con la utilità attesa media massima corrisponde pertanto ad una *dinamica di imitazione della strategia di maggior successo* (piuttosto che alla dinamica di risposta ottima all'intera distribuzione delle strategie nella popolazione considerata nella sezione precedente), e

(iii) quando il comportamento dei giocatori si conforma ad una dinamica di imitazione della strategia di maggior successo esiste una dimensione minima della popolazione oltre la quale *l'unico stato stocasticamente stabile è quello in cui l'intera popolazione adotta la strategia efficiente di interesse comune.*

Questo avviene perché *in ogni periodo* si verifica un dato numero *finito* di incontri tra agenti dei due ruoli di gioco, i quali giocano altrettante 'partite' *usando la stessa strategia per tutto il periodo*[66]*.*

[66] Ciò corrisponde ad una variazione del gioco ricorrente di base definito sopra nella nota 5. La variazione consiste nel modificare -per ogni periodo t- la misura di probabilità π^t definita sull'algebra degli eventi associata all'insieme delle strutture di incontro possibili. Nel gioco ricorrente che stiamo considerando in questa sezione, π^t distribuisce uniformemente tutta la massa di probabilità sul sottoinsieme delle strutture di incontro *con strategie identiche* il cui numero complessivo di repliche è proprio m.

Nel gioco ricorrente della sezione precedente invece ciascuna misura di probabilità π^t distribuisce uniformemente tutta la massa di probabilità sul sottoinsieme di *tutte* le strutture di incontro *elementari,* cioè con numero di repliche pari ad uno.

Dunque-per qualsiasi realizzazione della struttura degli incontri- per passare dal bacino di attrazione dello stato di defezione generalizzata a quello dello stato di coordinazione di interesse comune basta un numero di 'mutazioni' che *è indipendente dalle dimensioni della popolazione.* Tale numero di mutazioni può anche essere *molto piccolo.* Nel caso estremo più favorevole possono bastare due 'mutazioni' cioè le 'mutazioni' di due giocatori che si incontrino e giochino tra loro la strategia efficiente di interesse comune, mentre il passaggio inverso richiede un numero di 'mutazioni' che cresce con le dimensioni della popolazione, e per una popolazione sufficientemente numerosa richiede ovviamente ben più di due 'mutazioni'.[67]

Sempre nell'ambito della stessa dinamica stocastica di cui sopra, ma con giocatori che scelgono in ogni periodo una strategia usando la propria dinamica di aggiustamento e con una probabilità positiva aggiornano la propria dinamica di aggiustamento delle strategie (che può essere l'imitazione della strategia di maggior successo o la risposta ottima allo stato della popolazione)[68] si può dimostrare che i soli due stati stocasticamente stabili sono quelli in cui tutti i giocatori usano *la stessa* dinamica di aggiustamento e

[67]Si vedano Vega-Redondo (1996), cap.5, Teorema 19, e la discussione in Juang, Sabourian (2007). Vega-Redondo osserva che in questo modello la distribuzione stazionaria si ottiene con un *doppio passaggio al limite* considerando *prima* il limite per la mutazione tendente a zero e *poi* il limite per il numero degli incontri che cresce indefinitamente tendendo all'infinito. Dunque si tratta di fatto di una *inversione dell'ordine in cui il passaggio al limite viene effettuato rispetto al modello di perturbazione considerato nella sezione precedente.* Il modello di questa sezione corrisponde ad uno scenario caratterizzato da una probabilità di 'mutazione' trascurabile rispetto alla probabilità di 'distorsione' del profilo di incontri di un giocatore (cioè della distribuzione delle strategie di fatto incontrate rispetto alla distribuzione delle strategie nell'intera popolazione). Quello della sezione precedente corrisponde allo scenario indotto dall' ipotesi opposta. Vega-Redondo sottolinea opportunamente il nesso tra l'ipotesi che la probabilità di 'distorsione' del profilo di incontri sia di ordine superiore rispetto alla probabilità di 'mutazione' e le idee di Sewall Wright sull'importanza degli 'effetti di deriva' in una popolazione di piccole dimensioni nell'ambito della sua cosiddetta 'shifting balance theory' per processi di adattamento e speciazione (cfr.Vega-Redondo (1996), p.142-144). In effetti, garantendo per definizione probabilità non trascurabili a tutti i profili di incontri, una popolazione 'piccola' è un ambiente particolarmente idoneo a rendere la probabilità di 'distorsione' del profilo di incontri di ordine superiore rispetto alla probabilità di 'mutazione'.

[68]Con due sole restrizioni: scegliendola tra quelle utilizzate al periodo precedente, e scegliendo con probabilità positiva tutte le regole di aggiustamento giocate al periodo precedente se lo stato della popolazione precedente corrisponde ad un equilibrio di Nash del gioco.

giocano *la strategia di interesse comune* (Juang, Sabourian (2007)).

Una seconda classe di risultati sottolinea l'importanza della struttura *incompleta* e *non casuale né uniforme* della *rete delle interazioni* tra giocatori.

Alcune semplici osservazioni si applicano ad alcuni casi in cui *la rete delle interazioni abbia una dinamica di formazione più lenta* del processo di aggiustamento delle strategie. In tali casi evidentemente la rete delle interazioni può essere trattata come un dato, e differenze nella sua struttura possono avere un ruolo decisivo.

Supponiamo, ad esempio, che:

(i) la struttura delle interazioni possa includere in proporzioni variabili interazioni rappresentabili da giochi con interesse comune senza conflitti di interesse ed interazioni altamente conflittuali rappresentabili da 'dilemmi del prigioniero' o da giochi 'strettamente antagonistici' (quelli cosiddetti 'a somma costante'), e sia quindi caratterizzata da un certo grado di '*associazionismo*' (o, dualmente, di '*atomismo*') usando un parametro che corrisponda alla densità relativa dei giochi con interesse comune;

(ii) gli agenti abbiano informazione limitata sul tipo di gioco che si accingono a giocare al momento di scegliere il tipo di strategia di interazione.

Sotto tali ipotesi, è semplice verificare che per un qualsiasi gioco di tipo CC esiste un *valore-soglia del parametro di 'associazionismo'* della rete di interazioni di cui è parte che, una volta superato, rende la strategia di interesse comune rischio-dominante in quella rete -e pertanto *stocasticamente stabile* rispetto alla dinamica stocastica DSM della sezione precedente- anche qualora sia rischio-dominata per il gioco CC come tale.[69]

Supponiamo invece che, al contrario, *i processi di aggiustamento delle strategie in CC siano più lenti* della *dinamica di formazione della rete delle*

[69] Se α è il valore numerico del grado di 'associazionismo' e u^* l'utilità attesa dell'esito efficiente dei giochi di interesse comune senza conflitto di interessi tipici della rete, allora il valore-soglia di α è

$\alpha^* = \frac{\Delta}{u^* + \Delta}$

ove $\Delta = [u(d) - u(b)] - [u(a) - u(c)]$.

Si noti che in questo caso il meccanismo che favorisce l'evoluzione della coordinazione di interesse comune è un esempio positivo di '*contagio' o influenza* indotta da contiguità ed affinità di esperienze, entro una rete sociale di interazioni caratterizzata dall'equivalente funzionale di un diffuso *civismo*. Un argomento simile, in un contesto leggermente diverso, è proposto in Vannucci (2001). E' da sottolineare che questo argomento è analogo a quelli tipicamente proposti nella letteratura sull'evoluzione dell'altruismo, poichè equivale ad una *trasformazione* del gioco di partenza ossia alla (implicita) introduzione di una *dinamica su giochi*, sia pure in uno spazio ristretto di giochi 'molto simili' tra loro.

interazioni, e che la formazione della rete sia guidata dal successo delle interazioni pregresse e dunque dalla *identità di comportamento in CC*.

E' stato dimostrato che in tal caso, almeno per certe specificazioni dei parametri di CC, questo tipo di formazione della rete delle interazioni genera una *perfetta segregazione* degli agenti in due sottopopolazioni formate rispettivamente da giocatori che giocano la strategia di equilibrio efficiente interagendo solo tra loro, e da giocatori che giocano la strategia di equilibrio inefficiente interagendo solo tra loro (cfr. Skyrms (2004), Pemantle (2007)[70]).

Quando si determina questo tipo di struttura delle interazioni, però, la combinazione di una *dinamica di imitazione della strategia di maggior successo* con la presenza di un canale di comunicazione che connetta le due sottopopolazioni trasferendo informazione sul rendimento delle strategie, e consenta agli agenti qualche opportunità di *migrazione*, tende inevitabilmente a produrre l'evoluzione della coordinazione di interesse comune (cfr. Skyrms (2004)).[71]

Il tema comune ai due tipi di risultati precedenti è la produzione di *correlazione positiva tra i comportamenti dei giocatori mediante imitazione*: naturalmente, in presenza di processi che garantiscano un minimo di sperimentazione tutti i meccanismi che producono correlazione positiva[72] tra le scelte

[70] Si veda in particolare il Teorema 4.6 in Pemantle (2007). Samuelson (1997) discute anche un ulteriore scenario favorevole all'evoluzione alla coordinazione di interesse comune rischio-dominata per certi parametri della matrice delle vincite di CC. Si tratta di uno scenario caratterizzato da una dinamica stocastica di aggiustamento non-monotonico 'a tentoni' (cioè tale che il passaggio ad una strategia di maggior successo è solo più probabile che non il passaggio inverso, ma anche quest'ultimo ha una probabilità positiva), il cui effetto immediato è di includere tutti gli stati non 'monomorfi' nei bacini di attrazione di entrambi gli stati 'monomorfi'.

[71] Si veda anche Nowak (2006) per una trattazione di questo tema nell'ambito più generale dell'evoluzione della cooperazione.

Si noti che qui, al contrario del caso considerato sopra, il meccanismo che promuove la coordinazione di interesse comune è un processo di formazione della rete e di conseguente diffusione guidato dalla *ricompensa (* o *'rinforzo'*) della *'omofilia'*, accompagnato *successivamente* da un meccanismo di *'contagio'* come l'imitazione di comportamenti. Qui è operante una *combinazione* di 'contagio da influenza' e 'diffusione attraverso ricompensa della omofilia', ma in compenso non c'è bisogno di una dinamica su giochi. La distinzione tra processi e meccanismi di 'contagio' e di 'omofilia' è importante per capire il funzionamento delle reti sociali, ed è attualmente oggetto di una intensa attività di ricerca.

[72] La contiguità spaziale, genetica, o indotta da qualsiasi altro tipo di associazione può avere un ruolo decisivo nel produrre correlazione tra le strategie scelte dai giocatori e nell'amplificarne e/o accelerarne gli effetti sui processi evolutivi.

Inoltre, la possibilità di far precedere le 'partite' del gioco da una fase di segnalazione strategiche dei giocatori che interagiscono tenderanno a favorire l'evoluzione della coordinazione di interesse comune in CC.

Ma quali di questi meccanismi -ed in quali combinazioni- possano eventualmente avere un ruolo *decisivo e persistente* nella spiegazione dell' evoluzione della cooperazione su vasta scala caratteristica delle società umane è un problema di importanza cruciale che resta ancora largamente aperto.

Nota: La bibliografia seguente è stata compilata includendo esclusivamente volumi o articoli-rassegna -con la sola eccezione di tre articoli classici e pionieristici, e di un recente articolo-recensione- allo scopo di mantenerla entro dimensioni accettabili. Le fonti originali dei numerosi risultati specifici a cui il testo allude sono menzionate solo occasionalmente, ma sono facilmente identificabili indirettamente attraverso i riferimenti bibliografici citati.

Riferimenti bibliografici

Adámek J. (2005) : Introduction to coalgebra, *Theory and Applications of Categories* 14: 157-199.

Axelrod R. (1984): *The evolution of co-operation.* Basic Books, New York.

Axelrod R., W.D. Hamilton (1981): The evolution of cooperation, *Science* 211: 1390-1396.

Barwise J., J. Seligman (1997): *Information flow. The logic of distributed systems.* Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science 44, Cambridge University Press, Cambridge UK.

Binmore K.G. (1994): *Game theory and the social contract, vol.1: playing fair.* MIT Press, Cambridge MA.

Binmore K.G. (1998): *Game theory and the social contract, vol.2: just playing.* MIT Press, Cambridge MA.

Binmore K.G. (2005): *Natural justice.* Oxford University Press, Oxford.

Bowles S., H. Gintis (2011): *A cooperative species. Human reciprocity and its evolution.* Princeton University Press, Princeton.

Boyd R., P.J. Richerson (1985): *Culture and the evolutionary process.* University of Chicago Press, Chicago.

preliminare può contribuire a produrre la correlazione tra le strategie necessaria per l'evoluzione della coordinazione di interesse comune a partire da uno stato della popolazione in cui prevalga la strategia inefficiente (cfr. Skyrms (2004)).

Boyd R., P.J. Richerson (2005): *The origin and evolution of cultures.* Oxford University Press, Oxford.

Cavalli-Sforza L.L., M.W. Feldman (1981): *Cultural transmission and evolution: a quantitative approach.* Princeton University Press, Princeton.

Cohen G.A. (1978): *Karl Marx's theory of history: a defence.* Princeton University Press, Princeton.

Cohen G.A. (1988): *History, labour, and freedom. Themes from Marx.* Oxford University Press, Oxford.

Crawford V. (2001): Learning dynamics, lock-in, and equilibrium selection in experimental coordination games, cap. 6 di A. Nicita, U. Pagano (eds.): *The evolution of economic diversity.* Routledge, London.

Cressman R. (2003): *Evolutionary dynamics and extensive form games.* MIT Press, Cambridge MA.

Dawkins R. (1982): *The extended phenotype.* Oxford University Press, Oxford.

Dawkins R. (1989^2): *The selfish gene.* Oxford University Press, Oxford.

Dennett D.C. (1995): *Darwin's dangerous idea: evolution and the meanings of life.* Simon and Schuster, New York.

Dennett D.C. (2003): *Freedom evolves.* Viking Penguin, New York.

Dennett D.C. (2011): Homunculi rule: reflections on 'Darwinian populations and natural selection' by Peter Godfrey-Smith, *Biology and Philosophy* 26, 475-488.

Gintis H. (2000): *Game theory evolving. A problem-centered introduction to modeling strategic interaction.* Princeton University Press, Princeton.

Godfrey-Smith P. (2009): *Darwinian populations and natural selection.* Oxford University Press, Oxford.

Hofbauer J., K. Sigmund (1998): *Evolutionary games and population dynamics.* Cambridge University Press, Cambridge UK.

Hofbauer J., K. Sigmund (2003): Evolutionary game dynamics, *Bulletin (New Series) of the American Mathematical Society* 40(4): 479-519.

Juang W.-T., H. Sabourian (2007): Evolutionary game theory: why equilibrium and which equilibrium, in S.Bold, B.Löwe, T.Räsch, J. van Benthem (eds.): *Foundations of the Formal Sciences V. Infinite games.* Studies in Logic vol.11. College Publications, London.

Kandori M. (1997): Evolutionary game theory in economics, in D.M. Kreps, K.F. Wallis (eds.): *Advances in economics and econometrics: theory and applications, vol. I.* Cambridge University Press, Cambridge UK.

Lewis D.K. (1969): *Convention: a philosophical study.* Blackwell, Oxford.

Maynard Smith J. (1982): *Evolution and the theory of games.* Cambridge University Press, Cambridge UK.

Maynard Smith J., G.R. Price (1973): The logic of animal conflict, *Nature* 246: 15-18.

Maynard Smith J., E. Szathmáry (1995): *The major transitions in evolution.* W.H.Freeman-Spektrum, Oxford e New York.

Nash J.F. (1950): Non-cooperative games, in H.W.Kuhn, S.Nasar (eds.): *The essential John Nash.* Princeton University Press, Princeton 2002.

Nicita A., U. Pagano (2001) (eds.): *The evolution of economic diversity.* Routledge, London.

Nowak M.A. (2006): *Evolutionary dynamics. Exploring the equations of life.* Belknap Press, Cambridge MA.

Okasha S. (2006): *Evolution and the levels of selection.* Oxford University Press, Oxford.

Osborne M., A. Rubinstein (1994): *A course in game theory.* MIT Press, Cambridge MA.

Pemantle R. (2007): A survey of random processes with reinforcement, *Probability Surveys* 4: 1-79.

Richerson P.J., R. Boyd (2005): *Not by genes alone. How culture transformed human evolution.* University of Chicago Press, Chicago.

Roemer J.E. (1986): An historical materialist alternative to welfarism, cap. 5 di J. Elster, A. Hylland (eds.): *Foundations of social choice theory.* Cambridge University Press, Cambridge UK.

Samuelson L. (1997): *Evolutionary games and equilibrium selection.* MIT Press, Cambridge MA.

Sandholm W.H. (2010): *Population games and evolutionary dynamics.* MIT Press, Cambridge MA.

Sigmund K. (2010): *The calculus of selfishness.* Princeton University Press, Princeton.

Skyrms B. (1996): *Evolution of the social contract.* Cambridge University Press, Cambridge UK.

Skyrms B. (2004): *The stag hunt and the evolution of social structure.* Cambridge University Press, Cambridge UK.

Vannucci S. (2001): Social networks and efficient evolutionary outcomes in recurrent common interest games, cap. 13 di A. Nicita, U. Pagano (eds.): *The evolution of economic diversity.* Routledge, London.

Vega-Redondo F. (1996): *Evolution, games, and economic behaviour.* Oxford University Press, Oxford.

Von Neumann J. (1928): Zur Theorie der Gesellschaftsspiele, *Mathematische Annalen* 100: 295-320.

Von Neumann J., O. Morgenstern (1953^3): *Theory of games and economic behavior.* Princeton University Press, Princeton.

Weibull J.W. (1995): *Evolutionary game theory.* MIT Press, Cambridge MA.

Wilson E.O. (1975): *Sociobiology: the new synthesis.* Belknap Press, Cambridge MA.

Young H.P. (1998): *Individual strategy and social structure. An evolutionary theory of institutions.* Princeton University Press, Princeton.